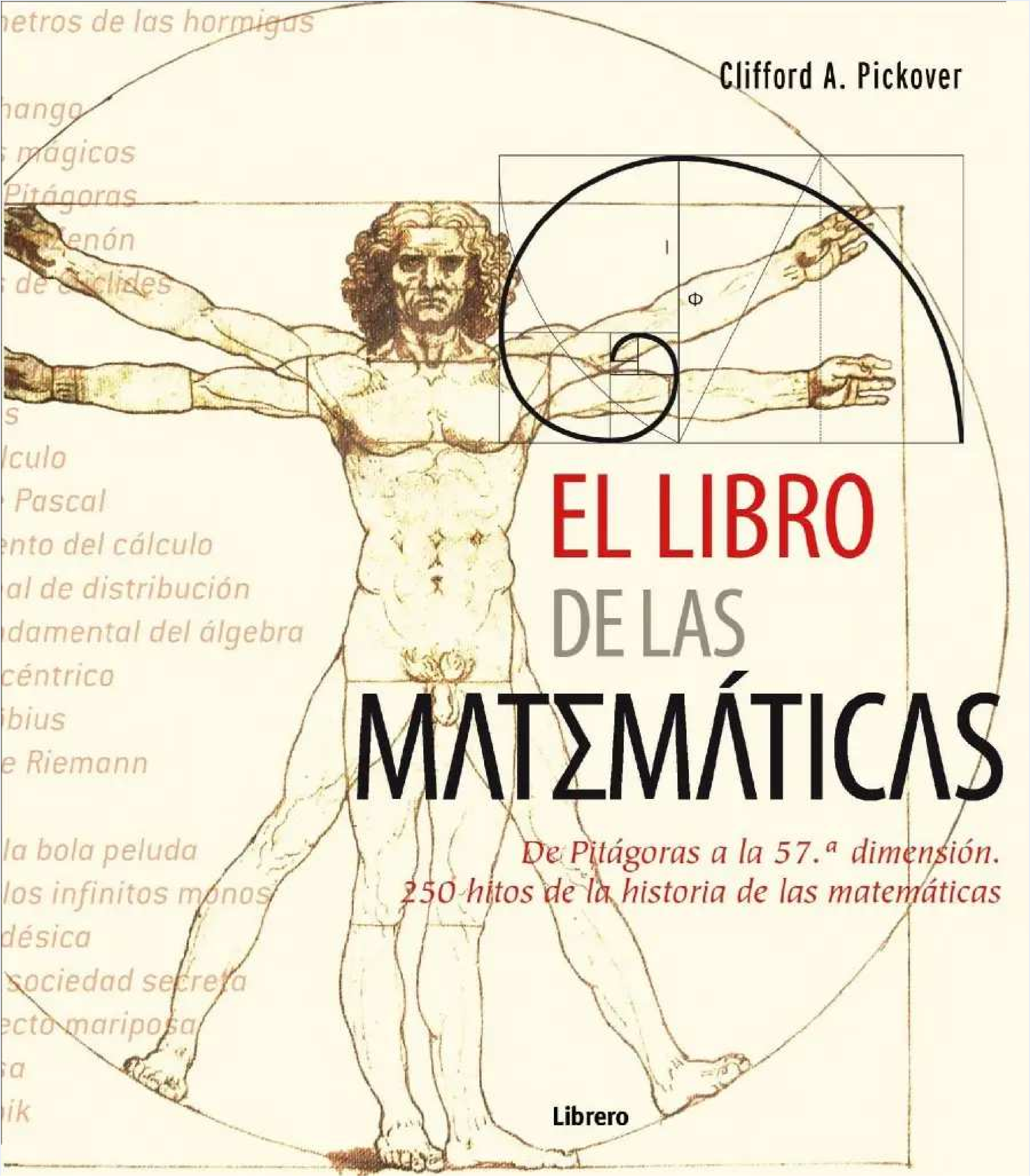


Clifford A. Pickover
EL LIBRO
DE LAS
MATEMÁTICAS
De Pitágoras a la 57.ª dimensión.
250 hitos de la historia de las matemáticas
Librero
netros de las hormigas
hango
s mágicos
Pitágoras
Zenón
s de Euclides
s
lculo
e Pascal
ento del cálculo
al de distribución
ndamental del álgebra
céntrico
bius
e Riemann
la bola peluda
los infinitos monos
désica
sociedad secreta
ecto mariposa
sa
nik

EL LIBRO DE LAS MATEMÁTICAS

De Pitágoras a la 57º dimensión, 250 hitos de la historia de las matemáticas

Clifford A. Pickover

Libros de Clifford A. Pickover

The Alien IQ Test
Archimedes to Hawking
A Beginner's Guide to Immortality
Black Holes: A Traveler's Guide
Calculus and Pizza
Chaos and Fractals
Chaos in Wonderland
Computers, Pattern, Chaos, and Beauty
Computers and the Imagination
Cryptorunes: Codes and Secret Writing
Dreaming the Future
Egg Drop Soup
Future Health
Fractal Horizons: The Future Use of Fractals
Frontiers of Scientific Visualization
The Girl Who Gave Birth to Rabbits
The Heaven Virus
Keys to Infinity
Liquid Earth
The Lobotomy Club
The Loom of God
The Mathematics of Oz
Mazes for the Mind: Computers and the Unexpected
Mind-Bending Visual Puzzles (calendars and card sets)
The Möbius Strip
The Paradox of God and the Science of Omniscience
A Passion for Mathematics
The Pattern Book: Fractals, Art, and Nature
The Science of Aliens
Sex, Drugs, Einstein, and Elves
Spider Legs (with Piers Anthony)
Spiral Symmetry (with Istvan Hargittai)
Strange Brains and Genius
Sushi Never Sleeps
The Stars of Heaven
Surfing through Hyperspace
Time: A Traveler's Guide
Visions of the Future
Visualizing Biological Information
Wonders of Numbers
The Zen of Magic Squares, Circles, and Stars

Para Martin Gardner

Título original: *The Math Book*

Esta edición se ha publicado en colaboración con Sterling Publishing Co., Inc.,
387 Park Ave. S., Nueva York, NY 10016, VS

Distribución exclusiva de la edición española:
ILUS BOOKS, S.L.
c/ Cobos de Segovia, 19 5° 1ª
28005 Madrid
N.I.F. B-85976280

Producción edición española: Cillero & de Motta Traducción
Traducción: Miguel Serrano Larraz, Sonia Saura Martinez, Joaquín Loste Ramos

Printed in China
Impreso en China

ISBN 978-90-8998-097-7

«Las matemáticas, bien entendidas, no sólo poseen verdad, sino también una belleza suprema: una belleza fría y austera, como la de la escultura».

—Bertrand Russell, *Mysticism and Logic*, 1918

«Las matemáticas son una disciplina maravillosa, alocada, llena de imaginación, de fantasía y de una creatividad que no se ve limitada por los pequeños detalles del mundo físico: su único límite es la fuerza de nuestra luz interior».

—Gregory Chaitin, "Less Proof, More Truth,"
New Scientist, 28 de julio de 2007

«Tal vez un ángel del Señor inspeccionó un mar infinito de caos y después lo removió suavemente con un dedo. En esa pequeña y temporal espiral de ecuaciones, nuestro cosmos tomó forma».

—Martin Gardner, *Order and Surprise*, 1950

«Las grandes ecuaciones de la física moderna forman parte permanente del conocimiento científico, que tal vez sobreviva incluso a las bellas catedrales de otras épocas».

—Steven Weinberg en el libro de Graham Farmelo
It Must Be Beautiful, 2002

ÍNDICE

Introducción

La belleza y la utilidad de las matemáticas

> *«Un observador inteligente que contemple cómo trabajan los matemáticos puede llegar a la conclusión de que son miembros de una secta exótica en busca de claves esotéricas que expliquen el universo».*
>
> —Philip Davis y Reuben Hersh, *The Mathematical Experience*

Las matemáticas impregnan todos los campos del conocimiento científico y desempeñan un papel incalculable en biología, física, química, economía, sociología e ingeniería. Las matemáticas pueden utilizarse para explicar los colores de un atardecer o la estructura cerebral. Nos ayudan a construir aviones supersónicos y montañas rusas, a simular el fluir de los recursos naturales de la Tierra, a explorar las realidades subatómicas y a imaginar galaxias lejanas. Las matemáticas han cambiado el modo en que miramos al cosmos.

Espero transmitir a los lectores el gusto por las matemáticas sin utilizar apenas fórmulas, pero ampliando y ejercitando la imaginación. En cualquier caso, este libro no trata meras curiosidades, carentes de interés para el lector medio. De hecho, los informes del Departamento de Educación de Estados Unidos sugieren que un estudiante que ha superado con éxito por un curso de matemáticas en el instituto tendrá mejores resultados en la universidad, con *independencia* de la carrera que elija.

Las matemáticas nos permiten construir naves espaciales e investigar la geometría del universo. Los números podrían ser la primera forma de comunicarnos con razas alienígenas inteligentes. Algunos físicos han llegado a jugar con la idea de que una mejor comprensión de las dimensiones superiores y de la *topología* (el estudio de las formas y de las relaciones entre ellas) podría llevarnos a escapar de nuestro universo algún día, cuando éste llegue a su por el calor o el frío: entonces podremos decir que todo el espacio-tiempo es nuestro hogar.

En la historia de las matemáticas ha habido muchos descubrimientos simultáneos. Como menciono en mi libro *The Möbius Strip*, el matemático alemán August Möbius (1790-1868) descubrió la cinta que lleva su nombre (un objeto maravilloso de una sola cara) en 1858, en el mismo momento en que lo hacía, de forma independiente, un académico contemporáneo, también alemán, Johann Benedict Listing (1808-1882). El descubrimiento simultáneo de la cinta de Möbius por parte de Möbius y Listing, parecido a lo que sucedió en el cálculo con el británico Isaac Newton (1643-1727) y el matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), hace que me pregunte por qué hay tantos

descubrimientos científicos hechos al mismo tiempo por gente que trabaja de manera independiente. Otro ejemplo: los naturalistas británicos Charles Darwin (1809-1882) y Alfred Wallace (1823-1913) desarrollaron la teoría de la evolución de forma independiente y simultánea. De modo similar, el matemático húngaro János Bolyai (1802-1860) y el matemático ruso Nikolai Lobachevsky (1793-1856) desarrollaron la geometría hiperbólica de forma independiente y, según parece, al mismo tiempo.

Lo más probable es que estos hallazgos simultáneos hayan tenido lugar simplemente porque había llegado el momento, debido al conocimiento acumulado por la humanidad en el instante preciso en que se llevaron a cabo. A veces, dos científicos reciben el mismo estímulo al leer las mismas conclusiones previas de algún contemporáneo. Por otra parte, hay algunos científicos con una perspectiva mística que sugieren que estas coincidencias esconden un significado más profundo. El biólogo austriaco Paul Kammerer (1880-1926) escribió: «Y así llegamos a la imagen de un mundo-mosaico, un caleidoscopio cósmico que, a pesar de los constantes movimientos y reordenaciones, se preocupa por agrupar a los elementos similares». Comparó lo que ocurre en nuestro mundo con las crestas de las olas, que parecen aisladas y sin ninguna relación unas con otras. Según esta controvertida teoría, vemos la cresta de la ola, pero bajo la superficie debe existir algún mecanismo de sincronía que conecta y relaciona de forma misteriosa todo lo que sucede en nuestro mundo.

En The *Universal History of Numbers*, Georges Ifrah trata la simultaneidad al hablar de los matemáticos mayas:

> Comprobamos una vez más, por lo tanto, el modo en que gentes separadas en el tiempo y en el espacio han llegado a resultados muy similares, cuando no idénticos [...] En ciertos casos, la explicación está en los contactos e influencias entre distintos grupos [...] La verdadera explicación reside en lo que previamente hemos denominado la profunda unidad cultural: la inteligencia del *Homo sapiens* es universal, y su potencial presenta una marcada uniformidad en todos los lugares del mundo.

Los antiguos sentían una profunda fascinación por los números. Los griegos, por

ejemplo. ¿Tal vez porque los números eran lo único que se mantenía igual en un mundo en constante cambio? Para los pitagóricos, una antigua secta griega, los números eran tangibles, inmutables, cómodos, eternos, más fiables que los amigos y menos amenazantes que Apolo y Zeus.

Muchos de los capítulos de este libro tienen que ver con los números enteros. El brillante matemático Paul Erdös (1913-1996), fascinado por la teoría de números, no tenía ningún problema en plantear problemas con números enteros que a menudo eran fáciles de plantear pero muy difíciles de resolver. Erdös creía que si un problema matemático seguía sin resolverse después de cien años, tenía que tratarse de un problema de teoría de números.

Muchos aspectos del universo pueden expresarse con números enteros. Los modelos numéricos son capaces de describir la reproducción de los conejos, la órbita de los planetas, las armonías musicales, la relación entre los elementos de la tabla periódica o el modo en que se organizan los pétalos de una margarita. Leopold Kronecker (1823-1891), especialista alemán en álgebra y teoría de números, dijo en cierta ocasión: «Dios hizo los números enteros. Todo lo demás se debe al hombre». Quería decir que la fuente básica de todas las matemáticas está en los números enteros.

Desde los tiempos de Pitágoras se valora el papel de las razones enteras en las escalas musicales. Y, lo que es más importante, los números enteros han sido cruciales en la evolución del pensamiento científico. El químico francés Antoine Lavoisier (1743-1794), por ejemplo, descubrió que los compuestos químicos se forman con unas proporciones fijas de elementos, que se corresponden con razones de números enteros pequeños. Fue una prueba casi decisiva de la existencia de los átomos. En 1925 ciertas relaciones enteras entre la longitud de onda de las líneas espectrales emitidas por átomos excitados dieron las primeras pistas sobre la estructura de los átomos. Las proporciones casi enteras de los pesos atómicos se convirtieron en prueba de que el núcleo atómico se forma con un número entero de nucleones similares (protones y neutrones). Las desviaciones respecto de proporciones enteras llevaron al descubrimiento de los isótopos de los elementos (variantes con un comportamiento químico casi idéntico, pero con distinto número de neutrones).

Las pequeñas divergencias en las masas atómicas de los isótopos puros respecto de enteros exactos confirmaron la famosa ecuación de Einstein $E=mc^2$ y condujeron a la posibilidad de la bomba atómica. En física atómica, los números enteros aparecen por todas partes. Las relaciones enteras son el hilo fundamental con que se tejen las matemáticas o, en palabras del matemático alemán Carl Friedrich Gauss (1777-1855): «Las matemáticas son la reina de las ciencias y la teoría de números, la reina de las matemáticas».

Nuestra descripción matemática del universo no deja nunca de ampliarse, pero nuestros cerebros, al igual que nuestras habilidades lingüísticas, se mantienen enclaustrados. Cada día se descubren y crean nuevos tipos de matemáticas, pero necesitamos modos nuevos de pensarlas y comprenderlas. En los últimos años, por ejemplo, se han encontrado demostraciones matemáticas de algunos problemas famosos en la historia de esta disciplina, pero los desarrollos son tan extensos y complejos que ni siquiera los expertos están seguros de que sean correctas. El matemático Thomas Hales tuvo que esperar cinco años antes de que

que sean correctas. El matemático Thomas Hales tuvo que esperar cinco años antes de que los expertos encargados de revisar su artículo sobre geometría (remitido a la revista *Annals of Mathematics*) decidieran por fin que no encontraban ningún error y que la demostración de Hale debía publicarse. Sin embargo, dejaron claro, para quitarse responsabilidad de encima, que no podían asegurar que fuera correcta. Para colmo, matemáticos como Keith Devlin han admitido en *The New York Times* que «la historia de las matemáticas ha llegado a un punto tal de abstracción que muchos de sus problemas límite no pueden entenderlos ni siquiera los expertos». Si los expertos se enfrentan a esos problemas, es fácil ver el desafío de hacer llegar información de este tipo a un público general. Hacemos lo que podemos. Los matemáticos pueden construir teorías y llevar a cabo cálculos de todo tipo, pero es posible que no dispongan de la capacidad para asimilar, explicar o comunicar esas ideas.

Utilicemos una analogía física. A Werner Heisenberg le preocupaba la idea de que el ser humano fuera incapaz de llegar a comprender los átomos. Niels Bohr, sin embargo, era un poco más optimista; a comienzos de los años veinte, respondió: «Creo que podemos llegar a conseguirlo, pero en el proceso tendremos que descubrir qué significa la palabra "comprender"». Hoy utilizamos ordenadores que nos ayudan a elevar los razonamientos por encima de los límites de nuestra intuición. De hecho, los experimentos con ordenadores están llevando a los matemáticos a descubrimientos con los que nadie soñó antes de que estos aparatos se generalizaran. Los ordenadores, y los gráficos que llevan a cabo, permiten que los matemáticos descubran resultados mucho antes de poder demostrarlos formalmente, con lo que se abren nuevos campos para las matemáticas. La más simple de las herramientas informáticas (una hoja de cálculo, por ejemplo) concede a los matemáticos actuales un poder por el que Gauss, Leonhard Euler y Newton habrían dado cualquier cosa. Sólo un ejemplo: a finales de la década de 1990, programas informáticos diseñados por David Bailey y Helaman Ferguson ayudaron a crear nuevas fórmulas que relacionaban el número π con el logaritmo de cinco y con otras dos constantes. Tal y como señala Erica Klarreich en *Science News*, una vez que el ordenador había producido una fórmula, demostrar que era correcta se convertía en algo extremadamente fácil. Muchas veces, saber la respuesta es el obstáculo más importante que hay que superar a la hora de formular una demostración.

Las teorías matemáticas se han utilizado a veces para predecir fenómenos que no se confirmaron hasta muchos años después. Las ecuaciones de Maxwell, por ejemplo, que deben su nombre al físico James Clerk Maxwell, predijeron las ondas de radio. Las ecuaciones de campo de Einstein implicaban que la gravedad podía curvar la luz y que el universo se expande. El físico Paul Dirac señaló en una ocasión que las matemáticas abstractas actuales permiten entrever la física del futuro. De hecho, sus ecuaciones predijeron la existencia de la antimateria. De un modo similar, el matemático Nikolai Lobachevsky dijo que «no hay una rama de las matemáticas, por abstracta que sea, que no pueda llegar a aplicarse algún día al mundo real».

En este libro, el lector encontrará algunas geometrías interesantes de las que se ha llegado a creer que contenían la clave del universo. Galileo Galilei (1564-1642) sugirió que «el gran libro de la naturaleza está escrito con símbolos matemáticos». Johannes Kepler (1571-1630) modeló el sistema solar a partir de sólidos platónicos como el dodecaedro. En los años sesenta, el físico Eugene Wigner (1902-1995) quedó impresionado por «la irrazonable efectividad de las matemáticas en las ciencias naturales». Es posible que los grupos de Lie grandes, por ejemplo E_8, del que hablaremos en «La búsqueda del grupo de Lie E8 (2007)», nos ayuden algún día a crear una teoría unificada de la física. En 2007 el cosmólogo sueco-estadounidense Max Tegmark publicó dos artículos, uno científico y otro popular, acerca de la hipótesis de un universo matemático, que asegura que nuestra realidad física es una estructura matemáticas. O en otras palabras, que no es que nuestro universo pueda describirse con matemáticas, sino que está hecho de matemáticas.

Organización y propósito de este libro

«Para cada uno de sus pasos decisivos la física ha necesitado, y a menudo, estimulado, la introducción de nuevas herramientas y conceptos matemáticos. Nuestra comprensión actual de las nuevas leyes de la física, con su precisión y universalidad extremas, sólo es posible en términos matemáticos».

—Sir Michael Atiyah, «Pulling the Strings», *Nature*

Una característica común a todos los matemáticos es la pasión por la completitud, un impulso que les lleva a explicar su trabajo partiendo de los principios básicos. Como resultado, los lectores de textos matemáticos casi siempre tienen que soportar muchas páginas de antecedentes antes de llegar a los hallazgos esenciales. Para evitar este problema, todos los capítulos de este libro son breves: sólo ocupan unos pocos párrafos. Este formato permite que los lectores entren de lleno en un tema concreto, sin tener que esquivar un montón de palabras vacías. ¿Quiere saber algo acerca del infinito? Vaya a los capítulos «Los números transfinitos de Cantor» (1874) o «El hotel infinito de Hilbert» (1925) y encontrará una rápida tabla de gimnasia mental. ¿Le interesa la primera calculadora mecánica portátil que tuvo éxito comercial, desarrollada por un prisionero de un campo de concentración nazi? Vaya a «La calculadora Curta» (1948) y hallará una breve introducción al tema.

¿Se ha preguntado alguna vez cómo puede ser que un teorema con un nombre casi ridículo puede llegar a ser de gran ayuda para que los científicos construyan nanoalambres para aparatos electrónicos? Pase páginas hasta llegar al capítulo dedicado a «El teorema de la bola peluda» (1912). ¿Por qué los nazis obligaron al presidente de la sociedad matemática polaca a alimentar a piojos con su propia sangre? ¿Por qué asesinaron a la primera mujer matemática? ¿De verdad es posible darle la vuelta a una esfera? ¿Quién fue el «Papa de los números»? ¿Cuándo hizo el ser humano el primer nudo? ¿Por qué dejamos de utilizar los números romanos? ¿Quién fue, en la historia de las matemáticas,

la primera persona de la que sabemos el nombre? ¿Es posible que una superficie tenga una sola cara? Trataremos éstas y otras cuestiones intelectualmente sugerentes en las páginas que vienen a continuación.

Mi manera de abordar todos estos temas presenta algunas desventajas, por supuesto. Ningún tema puede tratarse en profundidad en unos pocos párrafos. En cualquier caso, sugiero otras lecturas para ampliar contenidos en el apartado «Notas y lecturas recomendadas». En algunos casos remito a fuentes primarias, pero a menudo señalo de modo explícito una bibliografía secundaria excelente que los lectores podrán conseguir con más facilidad. Aquellos interesados en profundizar en cualquiera de los temas pueden tomar estas referencias como punto de partida.

Mi objetivo al escribir este libro es proporcionar a un público amplio una breve guía que le muestre las ideas y pensadores matemáticos más relevantes, con capítulos breves que puedan asimilarse en unos pocos minutos. La mayoría de los capítulos tratan sobre temas

que me han interesado de forma personal. Sin embargo, no todos los momentos decisivos de la historia de las matemáticas han encontrado un hueco en este libro: quería evitar que fuera demasiado extenso. Así, al ensalzar las maravillas de las matemáticas en un volumen breve, me he visto obligado a omitir muchos prodigios matemáticos importantes. En cualquier caso, creo haber incluido la mayor parte de aquellos que, debido a su relevancia histórica, se han convertido en una fuerte influencia para las matemáticas, la sociedad o el pensamiento humano. Algunos capítulos, eminentemente prácticos, tratan asuntos que van de las reglas de cálculo y otros elementos de función similar a las cúpulas geodésicas y la invención del cero. En alguna ocasión he incluido aspectos más ligeros, aunque igual de significativos, como el cubo de Rubik o la solución del problema de la sábana. Hay ciertas informaciones repetidas en distintos capítulos, para que cada uno pueda leerse de forma independiente. Los textos en negrita indican al lector los capítulos relacionados. Además, una pequeña sección titulada «Véase también», al final de cada capítulo, ayuda a relacionar temas para formar una red que puede resultar útil para que el lector recorra por el libro de forma lúdica.

El libro de las matemáticas refleja mis propias deficiencias intelectuales: aunque trato de estudiar tantas áreas de ciencia y matemáticas como me es posible, se hace difícil lograr fluidez en todas; este libro señala de forma clara mis intereses personales y los aspectos que conozco mejor y peor. Soy el responsable de los capítulos fundamentales del libro y, por lo tanto, de cualquier error que puedan contener. El lector no tiene ante sí una disertación académica o sistemática, sino una lectura que se pretende recreativa, destinada a estudiantes de ciencias y de matemáticas o a legos interesados en estos asuntos. Agradeceré cualquier comentario o sugerencia que permita mejorar este libro, ya que lo considero un proyecto en marcha y una tarea muy gratificante.

El libro está organizado cronológicamente, en función del año de un hito o descubrimiento matemático. En algunos casos la bibliografía especializada nos da fechas algo distintas para un mismo hallazgo; esto se debe a que algunas fuentes dan como fecha

del descubrimiento la fecha de publicación, mientras otras prefieren señalar la fecha en que el descubrimiento tuvo lugar, con independencia del hecho de que la publicación se retrasara uno o más años. Cuando no he tenido certeza de la fecha del hallazgo, he utilizado la fecha de publicación.

La datación de los capítulos también puede convertirse en una cuestión subjetiva cuando más de un investigador ha contribuido a un descubrimiento. He indicado la fecha más temprana cuando lo he considerado oportuno, pero en algún caso he preguntado a mis colegas y he decidido dar la fecha en que un concepto determinado adquirió una relevancia particular. Consideremos el caso del código Gray, que se utiliza para facilitar la corrección de errores en comunicaciones digitales, por ejemplo en la transmisión de la señal de televisión, y para lograr que los sistemas de transmisión tengan menos problemas de ruido. El código recibe el nombre de Frank Gray, un físico que trabajó en los laboratorios Bell de telefonía en las décadas de 1950 y 1960. En aquellos años, este tipo de códigos adquirió una relevancia particular, en parte debido a la patente registrada en 1947 y al auge de las comunicaciones modernas. El capítulo sobre el código Gray

se fecha por tanto en 1947, a pesar de que podríamos haberlo datado mucho antes; las bases de la idea remiten a Émile Baudot (1845-1903), el pionero francés del telégrafo. En cualquier caso, he tratado de ofrecer a los lectores una franja de posibles fechas, ya sea en el propio capítulo o en la sección de «Notas y lecturas recomendadas».

Los expertos suelen discutir acerca de la persona a la que se atribuye históricamente un descubrimiento. El autor Heinrich Dörrie, por ejemplo, cita cuatro académicos que no creen que una versión particular del problema del ganado de Arquímedes se deba a Arquímedes, pero cita otros cuatro que creen que el problema debe atribuirse sin duda a Arquímedes. Los expertos también debaten sobre la autoría de la paradoja de la rueda de Aristóteles. Menciono dichas discusiones, siempre que es posible, en el texto principal o en la sección «Notas y lecturas recomendadas».

El lector se dará cuenta de que un número significativo de descubrimientos se ha hecho en unas pocas décadas, las más recientes. Sólo un ejemplo: en 2007, los investigadores «resolvieron» por fin el juego de las damas. Demostraron que, si el oponente juega de manera perfecta, la partida siempre termina en tablas. Como ya he mencionado, gran parte del reciente progreso matemático se debe al uso de ordenadores como herramienta para los experimentos matemáticos. Los análisis para resolver el juego de las damas comenzaron en 1989; hubo que utilizar docenas de ordenadores para llegar a una solución completa. El juego tiene aproximadamente quinientos millones de billones de posiciones posibles.

A veces se cita en el capítulo a divulgadores científicos o a investigadores célebres; si no doy la fuente de la cita o las credenciales del autor en el mismo texto es sólo por cuestiones de brevedad. Pido disculpas por este tratamiento, demasiado compacto en ocasiones; en cualquier caso, las referencias de la parte final del libro deberían ayudar a dejar clara la identidad del autor citado.

Incluso el nombre de un teorema puede convertirse en una cuestión peliaguda. El

matemático Keith Devlin, por ejemplo, escribió lo siguiente en 2005, en su columna de la Asociación Matemática de América:

> La mayor parte de los matemáticos demuestra muchos teoremas en su vida, y el proceso por el cual su nombre se asocia sólo a uno de ellos parece caprichoso. Euler, Gauss y Fermat, por citar sólo unos pocos nombres, demostraron cientos de teoremas, muchos de ellos importantes; su nombre, sin embargo, se asocia sólo a unos pocos. A veces los teoremas reciben nombres equivocados. El caso más célebre es el de Fermat, que casi con toda certeza no demostró «El último teorema de Fermat»; el nombre se lo dio otra persona, tras su muerte, a una conjetura que el matemático francés garabateó en el margen de un manual. Y el teorema de Pitágoras se conocía mucho antes de que Pitágoras entrara en escena.

Antes de terminar, permítanme que señale que los descubrimientos matemáticos proporcionan un marco desde el que explorar la naturaleza de la realidad, y las

herramientas matemáticas permiten que los científicos hagan predicciones acerca del universo, así que los descubrimientos de este libro se encuentran entre los más grandes logros de la humanidad.

Este libro puede parecer, a primera vista, un largo catálogo de conceptos aislados y de personalidades difíciles de relacionar. Y sin embargo, a medida que vaya leyendo, el lector comenzará a encontrar numerosos vínculos. Parece evidente que el objetivo final de científicos y matemáticos no consiste en una simple recopilación de hechos, ni en la acumulación de listas de fórmulas, sino en tratar de comprender la organización, los principios rectores y las relaciones entre estos hechos para elaborar teoremas y ramas completamente nuevas del pensamiento humano. Para mí, las matemáticas son una forma de cultivar un perpetuo estado de asombro ante la naturaleza de la mente, los límites del pensamiento y nuestro lugar en este enorme cosmos.

Puede que nuestros cerebros, que evolucionaron para permitirnos huir de los leones en la sabana africana, no estén preparados para traspasar el velo infinito de la realidad. Es posible que, para rasgar ese velo, necesitemos las matemáticas, la ciencia, los ordenadores, el aumento de la capacidad craneal e incluso la literatura, el arte y la poesía. A aquellos lectores que estén a punto de embarcarse en la lectura de *El libro de las matemáticas* de principio a fin les aconsejo que busquen las conexiones entre unos temas y otros, que se asombren ante la evolución de las ideas y naveguen por el ilimitado océano de la imaginación.

Agradecimientos

Agradecimientos

Quiero agradecer a Teja Krašek, Dennis Gordon, Nick Hobson, Pete Barnes y Mark Nandor sus comentarios y sugerencias. También quiero dar las gracias de forma especial a Meredith Hale, mi editora en este libro, así como a Jos Leys, Teja Krašek y Paul Nylander, que me han permitido utilizar sus obras de arte inspiradas en las matemáticas.

Mientras investigaba los momentos decisivos que se presentan en este libro estudié un amplio abanico de maravillosos libros de referencia y páginas web, muchos de los cuales aparecen en la sección «Notas y lecturas recomendadas», que se encuentra hacia el final. Entre estas referencias me gustaría destacar las siguientes: "The MacTutor History of Mathematics Archive" (www-history.mcs.st-and.ac.uk), "Wikipedia: The Free Encyclopedia" (en.wikipedia.org), "MathWorld" (mathworld.wolfram.com), *Mathematics: From the Birth of Numbers*, de Jan Gullberg, *The Universal Book of Mathematics*, de David Darling, los "Math Trek Archives" de Ivars Peterson (www.maa.org/mathland/mathland_archives.html), *Mathematical Games*, de Martin Gardner (un CD-ROM disponible gracias a la MAA, Asociación Matemática Estadounidense) y algunos de mis propios libros, por ejemplo *A Passion for Mathematics*.



El cuentakilómetros de las hormigas

Las hormigas son insectos sociales que evolucionaron a partir de insectos parecidos a las actuales avispas. Esto ocurrió a mitad del periodo Cretácico, hace unos ciento cincuenta millones de años. Hace cien millones de años, a consecuencia de la proliferación de plantas con flores, las hormigas se diversificaron en numerosas especies.

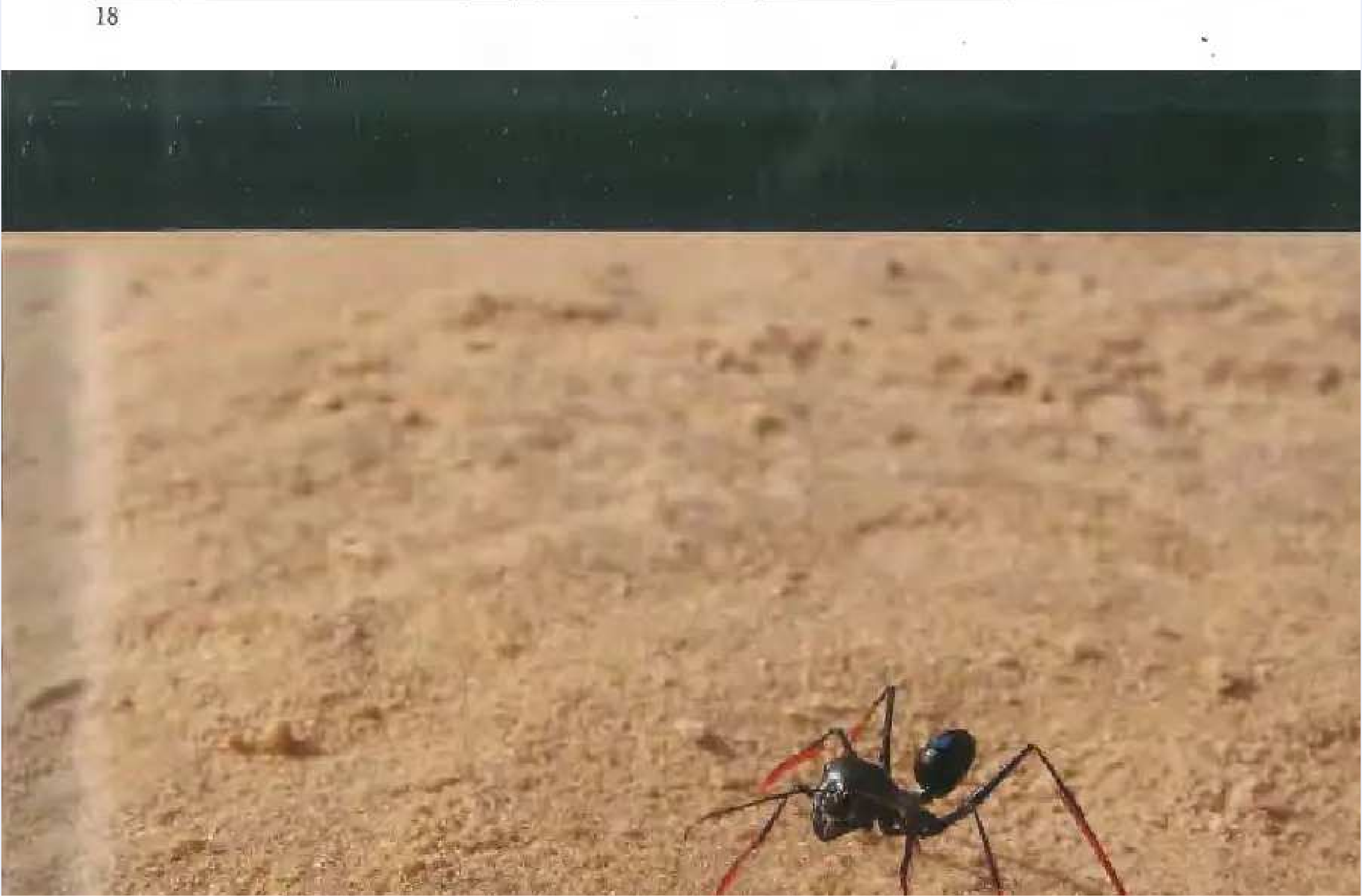
La hormiga del desierto del Sáhara, *Cataglyphis fortis*, atraviesa enormes extensiones de terreno arenoso en busca de alimentos, muchas veces sin ningún tipo de punto de referencia. Estas criaturas son capaces de regresar a su nido utilizando una ruta directa, sin necesidad de rehacer el camino del que se sirvieron a la ida. No sólo pueden orientarse gracias a la luz, sino que da la impresión de que han sido capaces de construir un «ordenador», una especie de podómetro que cuenta sus pasos y que les permite medir distancias con enorme precisión. Una hormiga puede llegar a recorrer cincuenta metros hasta encontrar un insecto muerto. Arranca un trozo y lo lleva sin dudar al hormiguero, al que se accede por un agujero a menudo de menos de un milímetro de diámetro.

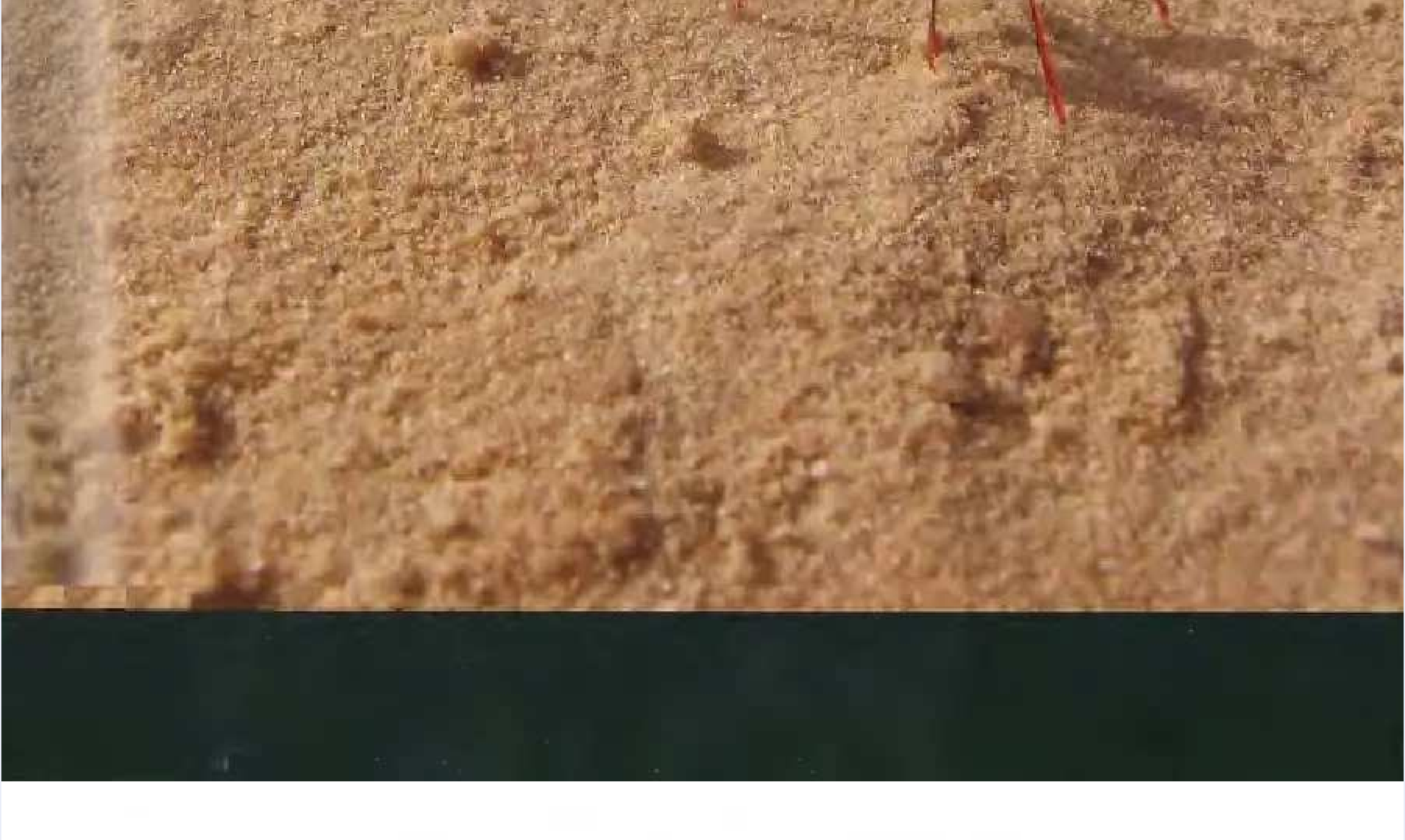
Manipulando la longitud de las patas de las hormigas para hacer que sus pasos sean más largos o más cortos, un equipo de investigación formado por científicos alemanes y suizos descubrió que las hormigas «cuentan» los pasos para calibrar la distancia. Después de que las hormigas hubieron alcanzado su destino, se alargó el tamaño

de sus patas con una especie de zancos, o se acortó por medio de una amputación parcial. A continuación, los investigadores soltaron a los insectos para que pudieran comenzar su regreso al hormiguero. Las hormigas con las patas alargadas caminaron demasiado y dejaron atrás la entrada del hormiguero, mientras que las que habían sufrido el acortamiento por amputación no llegaron a alcanzarlo. En cualquier caso, si las hormigas realizaban el viaje completo con las patas modificadas, ida y vuelta, no tenían ningún problema para medir las distancias. Parece, por tanto, que la longitud de la zancada es el factor esencial. Más aún, el sofisticado ordenador del cerebro de las hormigas les permite computar una variable relacionada con la proyección horizontal del recorrido, de modo que no se pierden aunque el arenoso trayecto cree nuevas colinas y valles antes del regreso.

VÉASE TAMBIÉN Los primates saben contar (c. 30 millones a. C.) y Números primos generados por cigarras (c. 1 millón a. C.).

Las hormigas del desierto del Sáhara han sido capaces de incorporar «podómetros» que contabilizan sus pasos y les permiten medir distancias con exactitud. Las hormigas con zancos pegados a las patas (en rojo) caminan demasiado y rebasan la entrada al hormiguero, lo que indica que la longitud de la zancada es fundamental a la hora de determinar las distancias.





c. 30 mill

Los primates saben contar

Hace unos sesenta millones de años, pequeños primates parecidos a los lémures habían evolucionado en muchas áreas del planeta. Hace treinta millones de años ya existían primates con características similares a las de los actuales monos. Esas criaturas, ¿eran capaces de contar? La capacidad de *contar* de los animales es un asunto muy debatido entre los expertos en comportamiento animal. En cualquier caso, muchos de ellos sugieren que los animales tienen cierta noción de lo que son los números. H. Kalmus, en su artículo «Animals as Mathematicians», de la revista *Nature* dice:

> A día de hoy quedan pocas dudas acerca de que a algunos animales, por ejemplo a las ardillas y a los loros, se les puede enseñar a contar... La facultad de contar se ha detectado en ardillas, en ratas y en insectos polinizadores. Algunos de estos animales son capaces de distinguir de alguna manera números en patrones visuales similares, mientras que a otras especies se les puede enseñar a reconocer, o incluso a reproducir, secuencias de señales acústicas. A unos pocos se les puede entrenar incluso para que den tantos golpecitos como elementos (puntos) ven en una determinada imagen... La ausencia de numerales orales y de símbolos escritos hace que mucha gente se muestre

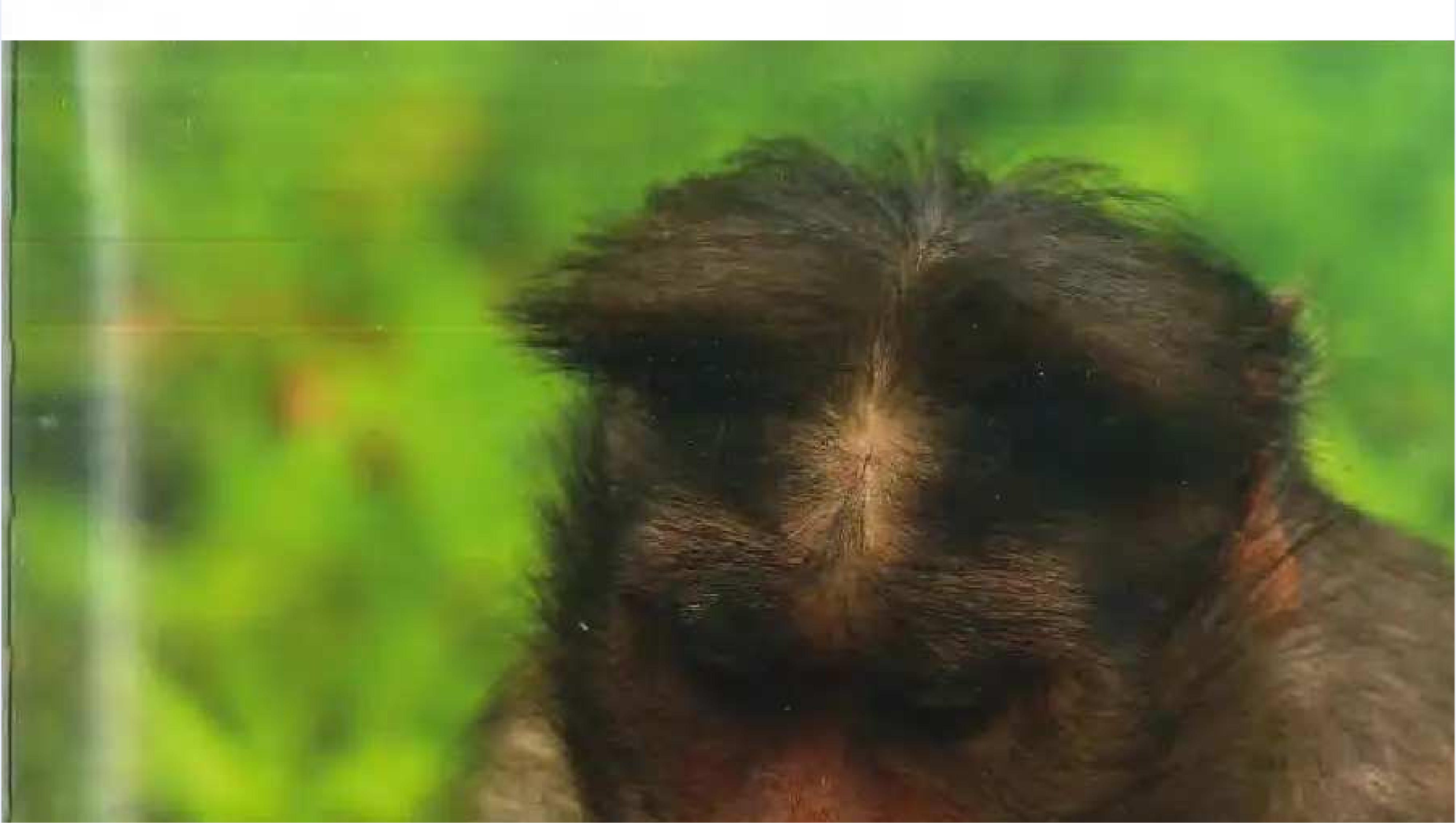
reacia a aceptar la idea de que algunos animales tienen facultades matemáticas.

Algunas ratas han aprendido a «contar»: son capaces de reproducir una actividad un número concreto de veces a cambio de una recompensa. Los chimpancés pueden seleccionar en un ordenador el número que corresponde a los plátanos que hay en una caja. Tetsuro Matsuzawa, del Instituto de Investigaciones con Primates de la Universidad de Kioto, enseñó a un chimpancé a identificar los números del 1 al 6 presionando la tecla adecuada de un ordenador cuando le mostraban un determinado número de objetos en la pantalla.

Michael Beran, investigador de la Georgia State University de Atlanta, adiestró a unos chimpancés para que utilizaran la pantalla y el *joystick* de un ordenador. En la pantalla aparecían un número y una serie de puntos, y los chimpancés tenían que relacionarlos. Uno de ellos aprendió los números del 1 al 7; otro logró llegar a contar hasta 6. Cuando se volvió a examinar a los chimpancés, tres años después, ambos seguían siendo capaces de identificar los números, aunque la tasa de error se había duplicado.

VÉASE TAMBIÉN El cuentakilómetros de las hormigas (c. 150 millones a. C.) y El hueso de Ishango (c. 18.000 a. C.) .

Parece que los primates poseen algún tipo de concepto numérico, y los primates superiores pueden aprender a identificar los números del 1 al 6 y a presionar la tecla adecuada de un ordenador cuando se les muestra un número determinado de objetos.





c. 1 millón

Números primos generados por cigarras

Las cigarras son insectos alados que evolucionaron hace 1,8 millones de años, durante el Pleistoceno, en el momento en que los glaciares avanzaban y retrocedían en América del Norte. Las cigarras del género *Magicicada* pasan la mayor parte de su vida bajo tierra, donde se alimentan de jugos de raíces antes de emerger, aparearse y morir. Estas criaturas muestran un comportamiento sorprendente. Salen a la luz al cabo de un ciclo periódico que suele ser de 13 o 17 años: dos números primos. (Un número primo es un número entero que sólo es divisible por 1 y por sí mismo, como el 11, el 13 y el 17.) En la primavera de su decimotercer o decimoséptimo año, estas cigarras periódicas construyen un túnel de salida. A veces, más de un millón y medio de individuos emergen en menos de media hectárea; esta abundancia de ejemplares puede responder a una razón de supervivencia, ya que les permite abrumar a sus depredadores, por ejemplo los pájaros, incapaces de comérselas todas.

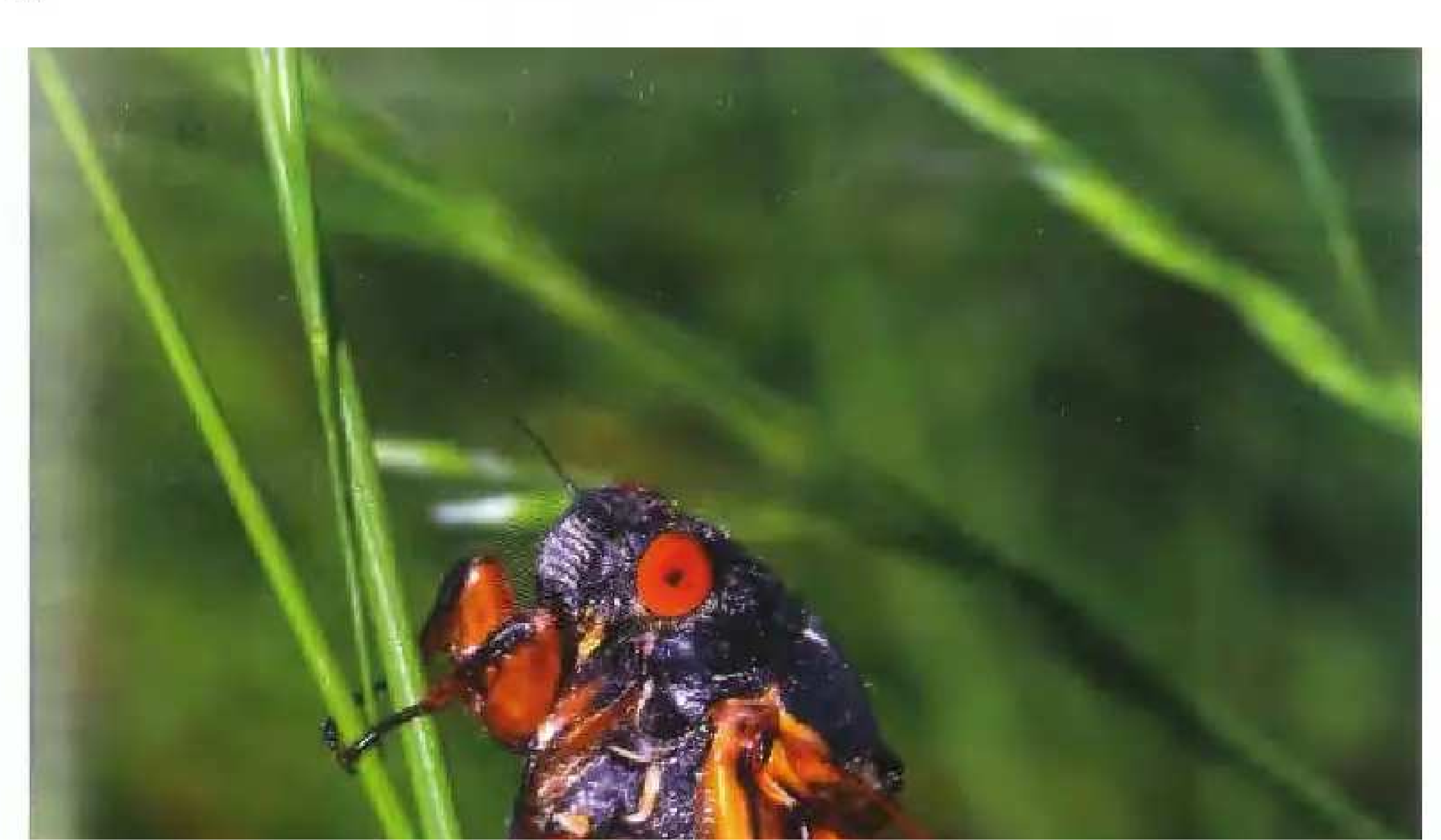
Algunos investigadores han conjeturado que esta evolución, que ha llevado a ciclos que coinciden con números primos, tuvo lugar para que las cigarras tuvieran más posibilidades de escapar de los predadores y parásitos, cuya vida es más corta. Por ejemplo, si sus ciclos

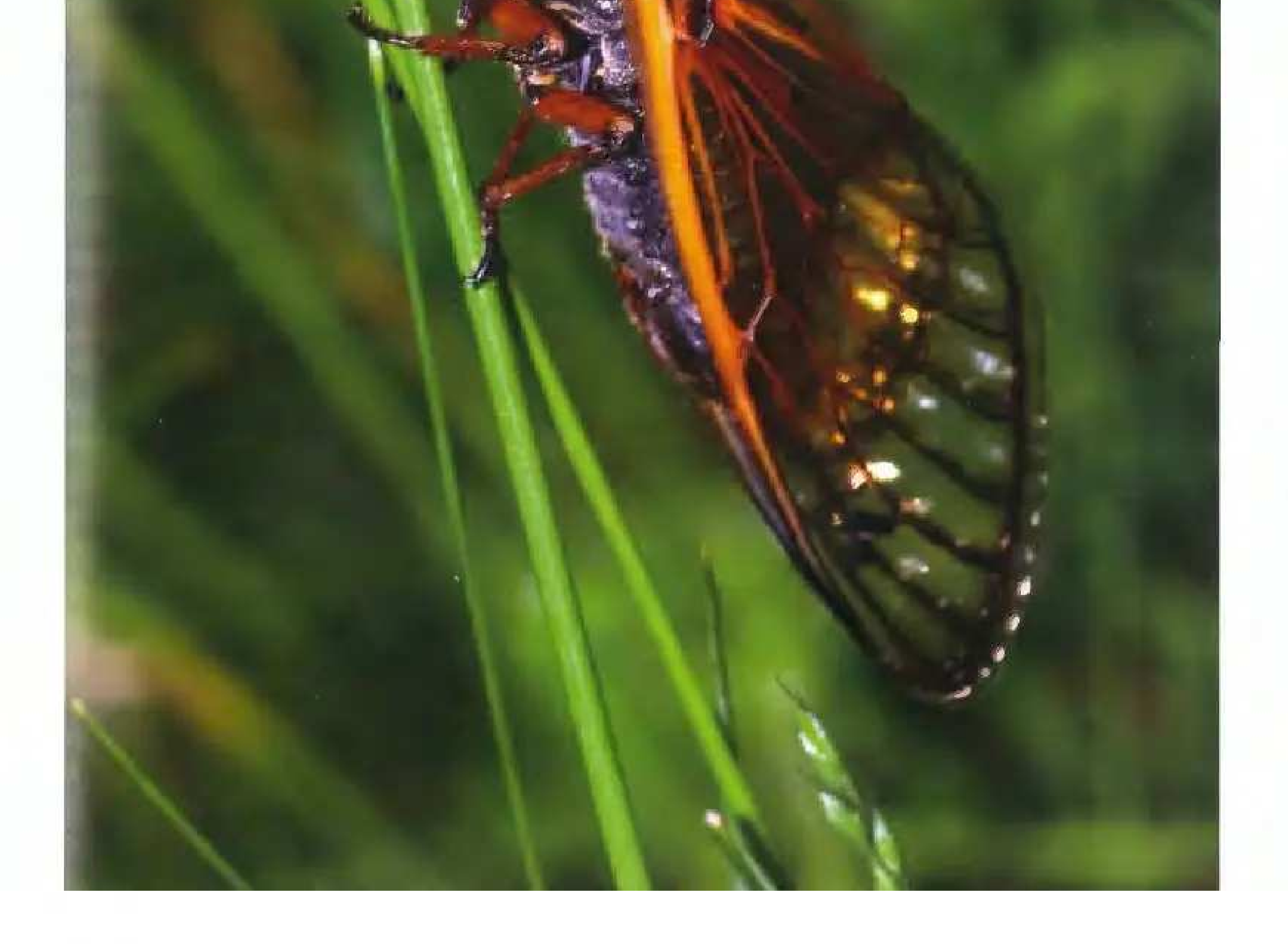
vitales fuesen de doce años, los predadores con ciclos vitales de 2, 3, 4 o 6 años lo tendrían más fácil para encontrar a los insectos. Mario Markus, del Instituto Max Plank de Fisiología Molecular de Dortmund, en Alemania, descubrió, junto a sus colaboradores, que este tipo de ciclos basados en números primos surge de forma natural a partir de modelos matemáticos evolutivos que reflejan la interacción entre predadores y presas. Para comprobarlo, simularon por ordenador diversas poblaciones de insectos y les asignaron ciclos vitales de duración aleatoria. Después de un tiempo, una serie de mutaciones en el sistema acababa llevando a las cigarras a ciclos estables cuya duración era un número primo.

Esta investigación está todavía en sus inicios, por supuesto, y quedan muchas cuestiones por resolver. ¿Qué tienen de especial el 13 y el 17? ¿Qué predadores y parásitos han sido realmente los que han llevado a las cigarras a ceñirse a estos periodos? Queda otro misterio: saber por qué, de entre las mil quinientas especies de cigarras que hay en el planeta, sólo de un pequeño número del género *Magicicada* se sabe que son periódicas.

VÉASE TAMBIÉN El cuentakilómetros de las hormigas (c. 150 millones a. C.), El hueso de Ishango (c. 18.000 a. C.), La criba de Eratóstenes (c. 240 a. C.), La conjetura de Goldbach (1742), La construcción de un heptadecágono regular (1796), Las *Disquisitiones Arithmeticae* de Gauss (1801), La demostración del teorema de los números primos (1896), La constante de Brun (1919), La conjetura de Gilbreath (1958), Los números de Sierpiński (1960), La espiral de Ulam (1963), Erdös y la colaboración extrema (1971) y La conjetura de Andrica (1985).

Algunas cigarras muestra un comportamiento asombroso: salen de debajo del suelo en periodos sincronizados con los números primos 13 y 17. A veces, más de un millón y medio de individuos emergen en menos de media hectárea en un corto intervalo de tiempo.





c. 100.

Nudos

El uso de nudos es anterior al hombre moderno (*Homo sapiens*). Por ejemplo, las conchas marinas teñidas de ocre y atravesadas por agujeros descubiertas en una cueva de Marruecos datan de hace ochenta y dos mil años. Otras pruebas arqueológicas indican que los humanos utilizaban cuentas mucho antes. Los agujeros implican el uso de cuerdas y de nudos con los que atar los objetos mediante un lazo a, por ejemplo, un collar.

El ejemplo más claro de nudos decorativos se encuentra en el *Libro de Kells*, un Nuevo Testamento que los monjes celtas ilustraron con motivos ornamentales en el año 800 de nuestra era. En tiempos más recientes, el estudio de nudos, por ejemplo del nudo de trébol con tres cruces, forma parte de una rama de las matemáticas que estudia los bucles cerrados. En 1914, el matemático alemán Max Dehn (1878-1952) demostró que las imágenes especulares del nudo de trébol no son equivalentes.

Los matemáticos han tratado durante siglos de desarrollar un modo de distinguir las

marañas que *parecen* nudos (llamados *nudos triviales*) de los verdaderos nudos, así como de clasificar los distintos nudos verdaderos. A lo largo de los años, los matemáticos han creado tablas aparentemente infinitas de nudos distintos. Hasta ahora se han identificado un millón setecientos mil nudos no equivalentes con dieciséis cruces o menos.

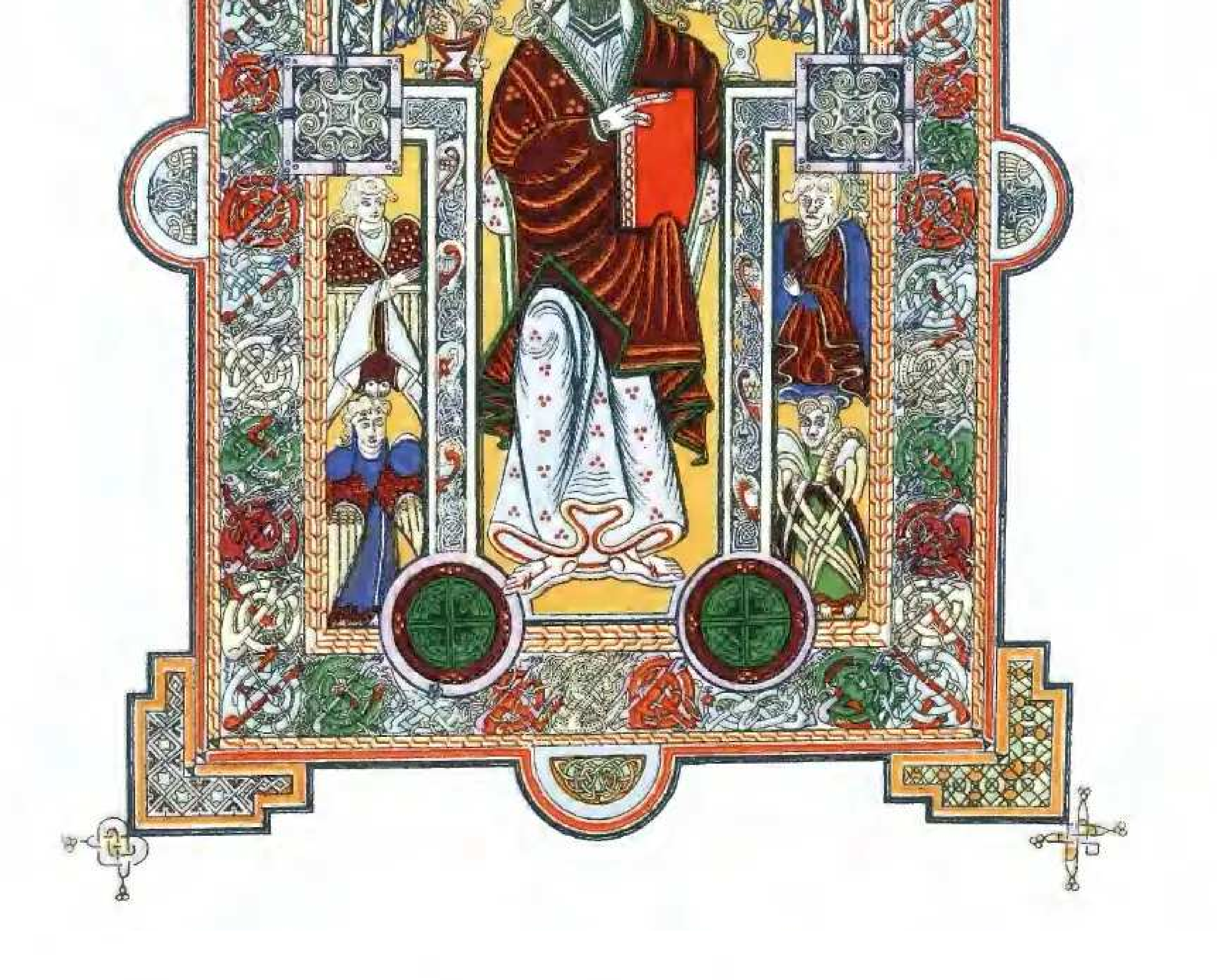
Hay congresos específicos dedicados a los nudos. Los científicos estudian los nudos en campos que van desde la genética molecular (para ayudarnos a comprender cómo desenmarañar una hélice de ADN) a la física de partículas, en un intento de representar la naturaleza fundamental de las partículas elementales.

Los nudos han resultado cruciales en el desarrollo de la civilización, ya que se han utilizado para atar la ropa, para asegurar las armas al cuerpo, para crear refugios y para permitir que los barcos naveguen. La teoría de nudos ha avanzado tanto que a los simples mortales les cuesta comprender sus aplicaciones más profundas. En unos pocos milenios los seres humanos han transformado los nudos, que antes eran simples maneras de atar cosas, en modelos de la estructura misma de la realidad.

VÉASE TAMBIÉN Quipus (c. 3000 a. C.), Los anillos de Borromeo (834), Los nudos de Perko (1974), El polinomio de Jones (1984) y La ley de Murphy y los nudos (1988).

El ejemplo más claro de nudos decorativos se encuentra en el Libro de Kells, *un Nuevo Testamento que los monjes celtas ilustraron con motivos ornamentales en el año 800 de nuestra era. Varias formas parecidas a nudos pueden observarse con detalle en esta ilustración.*





c. 18.0

El hueso de Ishango

En 1960, el geólogo y explorador belga Jean de Heinzelin de Braucourt (1920-1998) descubrió, en lo que hoy es la República Democrática del Congo, un hueso de babuino con una serie de marcas. Al principio se creyó que el hueso de Ishango, con sus muescas, era una simple vara de cuentas que utilizaban los africanos de la Edad de Piedra. En cualquier caso, algunos científicos consideran que las marcas indican cierta destreza matemática que va más allá de la mera tarea de contar objetos.

El hueso se encontró en Ishango, cerca de las fuentes del Nilo, hogar de una numerosa población de seres humanos del Paleolítico superior previa a una erupción volcánica que sepultó la zona. Una de las columnas de marcas del hueso comienza con tres muescas que se duplican y se convierten en seis. Cuatro muescas se convierten

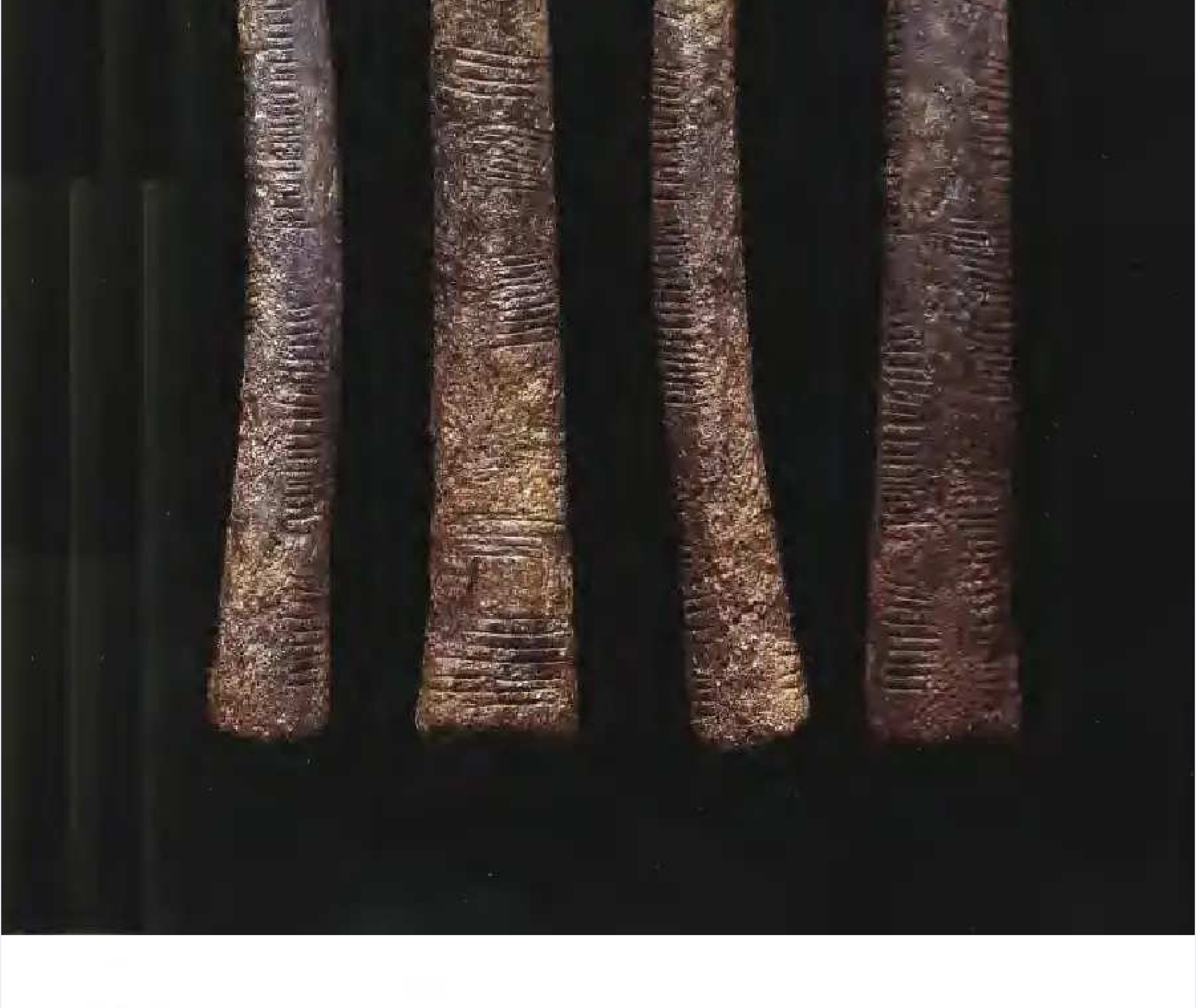
en ocho. Diez muescas se dividen por dos, y quedan cinco. Estas secuencias parecen indicar una aproximación a las nociones de multiplicar y dividir por dos. Aún más chocante es el hecho de que los números de otras columnas sean todos impares (9, 11, 13, 17, 19 y 21). Una de las columnas contiene los números primos que hay entre el 10 y el 20; y la suma de los números de cada columna da como resultado 60 o 48, dos múltiplos de 12.

Se han encontrado otras varas para contar anteriores al hueso de Ishango. El hueso de Swaziland Lebombo, por ejemplo, es un peroné de babuino de treinta y siete mil años de antigüedad que contiene veintinueve muescas. En Checoslovaquia se encontró una tibia de lobo, de 32.000 años de antigüedad, con cincuenta y siete muescas agrupadas de cinco en cinco. Aunque se trata sólo de una hipótesis, hay quien cree que las marcas del hueso de Ishango forman una especie de calendario lunar de la mujer de la Edad de Piedra, que llevaba la cuenta de sus ciclos menstruales, lo que ha llevado a acuñar la frase «la menstruación creó las matemáticas». Aunque el hueso de Ishango fuera un simple mecanismo para llevar cuentas, da la impresión de que estas varas nos separan del resto de los animales y representan el primer paso hacia las matemáticas simbólicas. El misterio del hueso de Ishango no podrá resolverse por completo mientras no se encuentren objetos similares.

VÉASE TAMBIÉN Los primates saben contar (c. 30 millones a. C.), Números primos generados por cigarras (c. 1 millón a. C.) y La criba de Eratóstenes (c. 240 a. C.)

En un principio se creyó que el hueso de babuino de Ishango, con sus muescas ordenadas, era una simple vara de cuentas que utilizaban los africanos de la Edad de Piedra. Sin embargo, algunos científicos creen que las muescas indican destrezas matemáticas que van más allá de la simple tarea de contar objetos.





c. 30

Quipus

Los antiguos incas utilizaban *quipus*, verdaderos bancos de memoria construidos con cuerdas y nudos, para registrar información numérica. Hasta hace poco, los quipus más antiguos que se conocían databan aproximadamente del año 650 d. C. En 2005, sin embargo, se encontró un quipu de cinco mil años de antigüedad en la ciudad costera de Caral, en Perú.

Los incas de América del Sur poseían una civilización compleja con una única religión estatal y un lenguaje común. Aunque no poseían escritura, mantenían un extenso archivo codificado gracias al sistema lógico-numérico empleado en los quipus

cuya complejidad variaba según el número de cuerdas (entre tres y mil). Por desgracia, los españoles que llegaron a América del Sur creyeron que los quipus eran instrumentos del demonio. Destruyeron miles de ellos en nombre de Dios, y en la actualidad sólo quedan unos seiscientos.

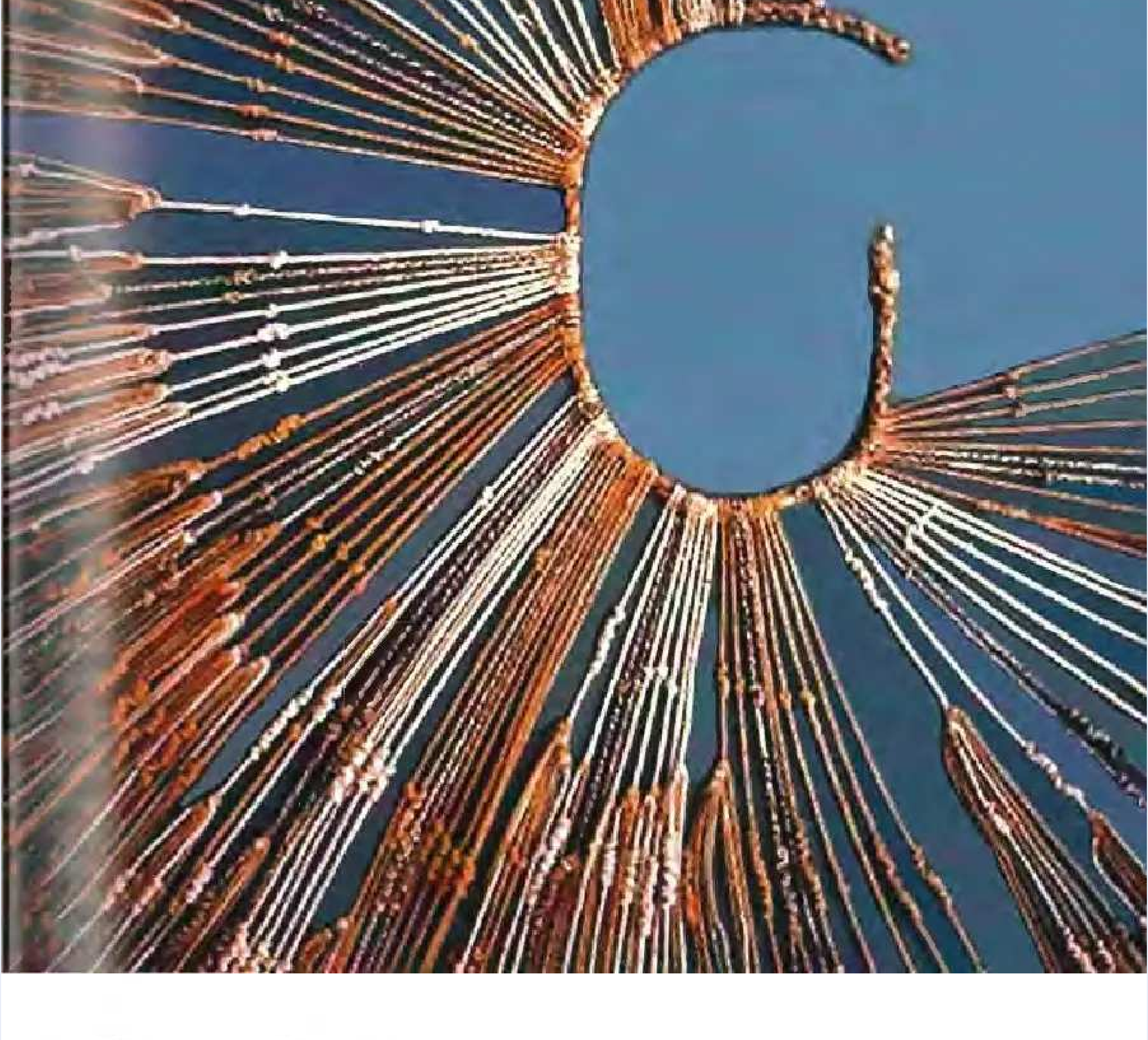
El tipo de nudo, su posición, la dirección de la cuerda y su nivel, así como el color y los espacios, representan números que, a su vez, proporcionan información sobre diferentes aspectos del mundo real. Los distintos grupos de nudos señalaban las distintas potencias de 10. Lo más probable es que los nudos sirvieran para registrar datos de recursos materiales y humanos, así como referencias al calendario. Es posible que los quipus contuvieran información acerca de danzas, planes de construcción e incluso aspectos de la historia de los Incas. La relevancia de los quipus reside en el hecho de que contradice la teoría de que las matemáticas sólo pueden florecer después de que una civilización ha adquirido la escritura; parece que las sociedades pueden alcanzar estados avanzados de desarrollo sin dejar registros escritos. Es interesante señalar que en la actualidad existen sistemas informáticos cuyos administradores de archivos reciben el nombre de quipus en honor a esta utilísima y antigua herramienta.

Entre las aplicaciones que los Incas dieron a los quipus existe una muy siniestra, como «calculadora de muertes». Cada año se realizaba un número determinado de sacrificios rituales de adultos y niños: se utilizaba un quipu para planificarlos. Algunos quipus informaban sobre el imperio: las cuerdas hacían referencia a las carreteras, mientras que los nudos reflejaban las víctimas de sacrificios.

VÉASE TAMBIÉN Nudos (c. 100.000 a. C.) y El ábaco (c. 1200).

Los antiguos Incas utilizaban quipus hechos con cuerdas y nudos para registrar información numérica. El tipo del nudo y su posición, así como los colores y la dirección y el nivel de las cuerdas representaban a menudo fechas y contabilidad de personas y objetos.





c. 3

Dados

Imaginemos un mundo sin números aleatorios. En la década de 1940 la generación estadística de números aleatorios resultaba decisiva para que los científicos pudieran simular explosiones termonucleares. Hoy en día, muchas redes informáticas se sirven de números aleatorios para dirigir el tráfico de Internet y evitar que se colapse. Los encargados de elaborar encuestas políticas se sirven de números aleatorios para seleccionar muestras no sesgadas de votadores potenciales.

muestras no sesgadas de votadores potenciales.

Los dados, que se fabricaban al principio con tabas de animales ungulados, fueron uno de los primeros métodos de producción de números aleatorios. Las civilizaciones antiguas creían que sus dioses controlaban el resultado de los lanzamientos de dados, de modo que se recurría a los dados para tomar decisiones cruciales, desde la elección de gobernantes hasta el reparto de las herencias. La metáfora de un dios que controla los dados sigue vigente, como demuestra la cita de Stephen Hawkin: «Dios no sólo juega a los dados, sino que a veces nos confunde lanzándolos en lugares en los que no podemos verlos».

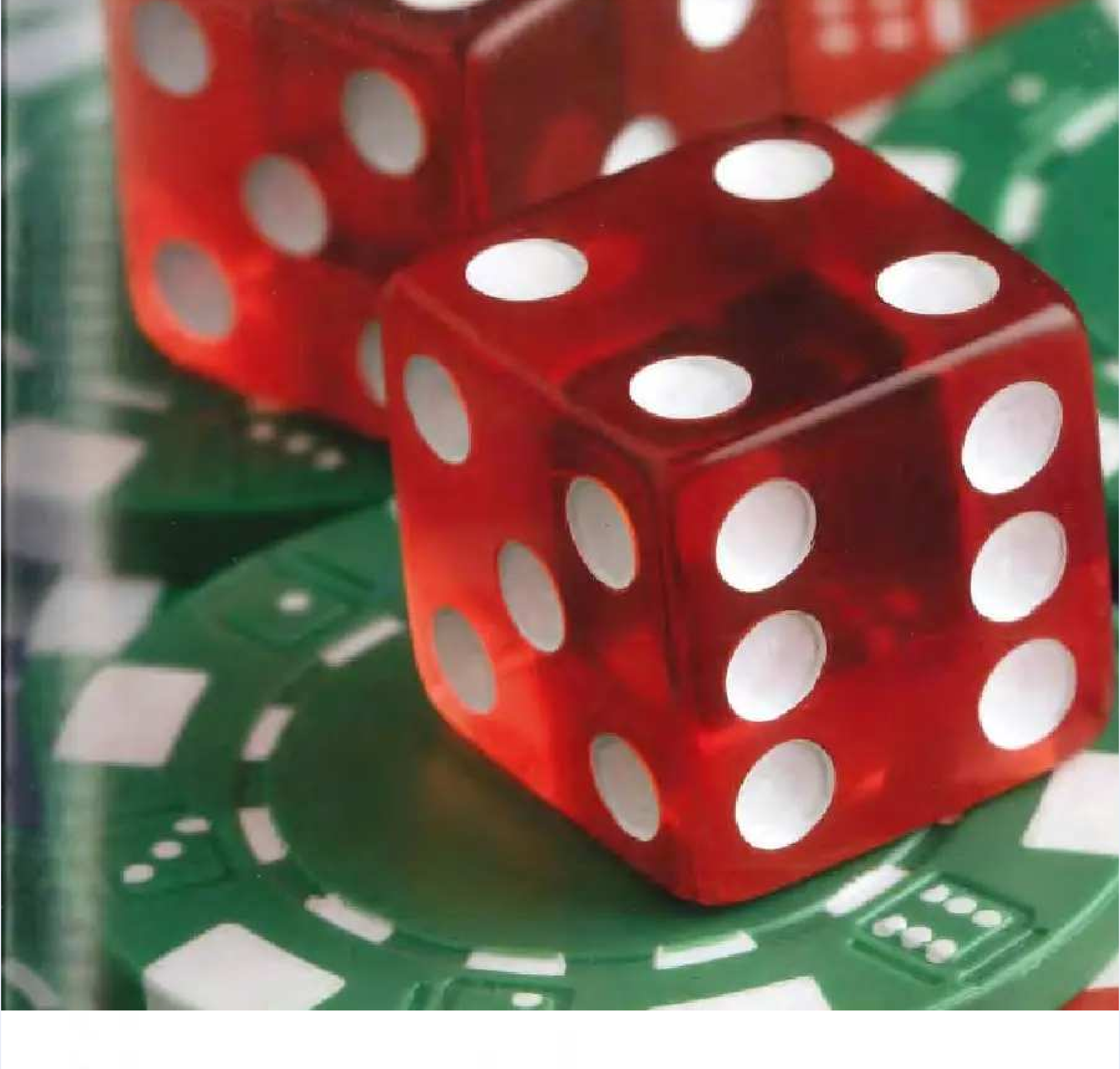
Los dados más antiguos que se conocen aparecieron en una excavación en la legendaria Ciudad Quemada, en el sudeste de Irán: al parecer, formaban parte de un juego de tablero (el Senet, antecesor del actual *Backgammon*). La ciudad, abandonada en el año 2100 a. C., supone cuatro etapas de la civilización destruidas por el fuego. Los arqueólogos descubrieron en este mismo lugar el ojo artificial más antiguo que se conoce, un ojo que lanzaba su hipnótica mirada desde la cara de una hechicera o sacerdotisa.

Durante muchos siglos los dados se han utilizado para enseñar probabilidad. Si se lanza un dado con n caras una sola vez, la probabilidad de obtener cada uno de los resultados es $1/n$. La probabilidad de obtener una secuencia concreta de i números es $1/n^i$. Por ejemplo, la probabilidad de obtener un 1 seguido de un 4 en un dado cúbico tradicional es $1/6^2 = 1/36$. Si se utilizan dos dados a la vez, la probabilidad de obtener una suma dada se calcula determinando el número de formas posibles de alcanzar esa suma y dividiéndolo por el número total de combinaciones. Por eso es mucho más probable obtener 7 como suma que 2.

VÉASE TAMBIÉN La ley de los grandes números (1713), La aguja de Buffon (1777), Mínimos cuadrados (1795), La *Théorie Analytique des probabilités* de Laplace (1812), Chi-cuadrado (1900), Perdido en el hiperespacio (1921), El desarrollo de las máquinas de aleatorización (1938), La estrategia del juego del cerdo (1945) y El método del cuadrado medio de Von Neumann (1946).

Los dados, que se fabricaban con tabas de animales ungulados, fueron uno de los primeros métodos de generación de números aleatorios. Las civilizaciones antiguas se servían de los dados para predecir el futuro, ya que creían que los dioses decidían el resultado del lanzamiento.





C.2

Cuadrados mágicos

Bernard Frénicle de Bessy (1602–1675)

La leyenda asegura que los cuadrados mágicos se originaron en China. Su primera mención aparece en un manuscrito de la época del emperador Yu, alrededor del año

200 a. C.

mención aparece en un manuscrito de la época del emperador Yu, alrededor del año 2200 a. C. Un *cuadrado mágico* consta de N^2 casillas, cada una ocupada por un número entero distinto. La suma de los números de las distintas filas horizontales y verticales así como de las diagonales principales es siempre la misma.

Si los números de un cuadrado mágico son todos los comprendidos entre 1 y N^2, el cuadrado se dice de orden N, y la suma de cada fila y de cada columna es una constante igual a $N(N^2 + 1)/2$. En 1514, el artista del Renacimiento Alberto Durero creó el cuadrado mágico 4 x 4 que vemos a continuación.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Nótese que los dos números centrales de la última fila forman la cifra «1514», el año de esta maravillosa construcción. Las filas, las columnas y las diagonales principales suman 34. También suman 34 los números de las esquinas (16+13+4+1) y el cuadrado central 2 x 2 (10+11+6+7).

En 1693 se publicaron de forma póstuma los 880 cuadrados mágicos distintos (todos de cuarto orden) en *Des quassez ou tables magiques*, del francés Frénicle Bessy, eminente matemático aficionado y uno de los investigadores más importantes de todos los tiempos en la materia.

Hemos avanzado mucho desde aquellos simples cuadrados mágicos 3 x 3 que recibieron la veneración de distintas civilizaciones de todas las épocas y continentes, desde los mayas hasta los hausa africanos. Los matemáticos actuales estudian estos objetos mágicos en dimensiones superiores, por ejemplo bajo la forma de hipercubos de cuatro dimensiones que suman un mismo resultado en todas las direcciones posibles.

VÉASE TAMBIÉN El cuadrado mágico de Franklin (1769) y El hipercubo mágico perfecto (1999).

En el templo de la Sagrada Familia de Barcelona hay un cuadrado mágico 4 x 4 cuya suma constante es 33 (la edad de la muerte de Jesús, según la mayoría de las interpretaciones bíblicas). Nótese que no se trata de un cuadrado mágico tradicional, porque hay números repetidos.





Plimpton 322

George Arthur Plimpton (1855–1936)

1800 a. C.

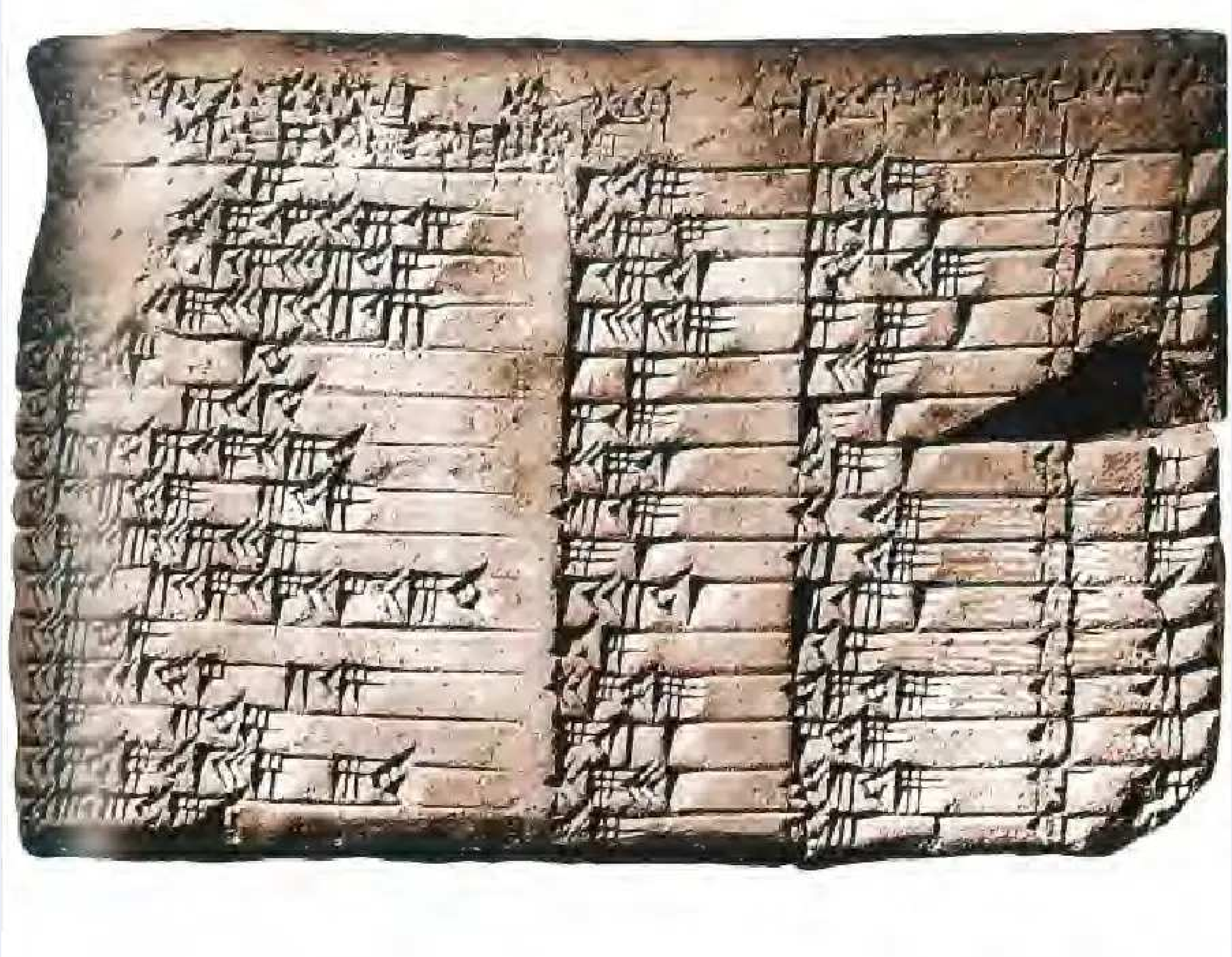
Plimpton 322 hace referencia a una misteriosa tabla de arcilla de origen babilonio que contiene diversas cifras en escritura cuneiforme, dispuestas en cuatro columnas y quince filas. La historiadora de la ciencia Eleanor Robson se refiere a ella como «uno de los artefactos matemáticos más famosos del mundo». Grabada en torno al año 1800 a. C., la tabla ofrece un listado de ternas pitagóricas (números naturales que especifican las longitudes de los lados de triángulos rectángulos, es decir, soluciones del teorema de Pitágoras $a^2 + b^2 = c^2$. Los números 3, 4 y 5, por ejemplo, forman una terna pitagórica. La cuarta columna de la tabla indica simplemente el número de fila. Existen diversas interpretaciones acerca del significado preciso de los números de la tabla, que algunos expertos consideran un solucionario de problemas de álgebra o de trigonometría para estudiantes.

La tablilla Plimpton 322 debe su nombre al editor neoyorquino George Plimpton, que la compró en 1922 por diez dólares y la donó a la universidad de Columbia. Se puede seguir el rastro de la tablilla hasta la vieja civilización babilonia, que floreció en Mesopotamia, el fértil valle de los ríos Tigris y Eúfrates, en el actual Iraq. Para ver esa época en perspectiva, pensemos en que el desconocido escriba que talló la tablilla vivió aproximadamente en el mismo siglo que el rey Hammurabi, famoso por el conjunto de leyes que incluye el famoso «ojo por ojo, diente por diente». Según la historia bíblica, Abraham, del que se dice que llevó a su pueblo hacia el oeste (desde la ciudad de Ur, en la ribera del Eúfrates, hasta Canaan), habría sido otro personaje que vivió más o menos en la misma época.

Los babilonios escribían sobre arcilla húmeda con un punzón o una cuña. En el sistema numérico babilonio, el número 1 se representaba con un simple punto, y los números del 2 al 9 con una combinación de puntos.

VÉASE TAMBIÉN El teorema de Pitágoras y los triángulos (c. 600 a. C.).

La tablilla Plimpton 322 es una tablilla babilonia de arcilla que contiene números en escritura cuneiforme. Estos grupos de tres números enteros especifican las medidas exactas de los lados de un triángulo rectángulo, es decir, soluciones del teorema de Pitágoras $a^2 + b^2 = c^2$.



El papiro de Rhind

1650 a. C.

Ahmes (c. 1680 a. C.–c. 1620 a. C.), **Alexander Henry Rhind** (1833–1863)

El papiro de Rhind esta considerado como la fuente de información más importante que se conoce sobre las matemáticas de los antiguos egipcios. Se trata de un rollo de unos treinta centímetros de altura y cinco metros y medio de longitud que se encontró en una tumba de Tebas, en la orilla oriental del río Nilo. Ahmes, el escriba, lo copió en escritura hierática, relacionada con el sistema jeroglífico. Se escribió en torno al año 1650 a. C., lo que convierte a Ahmes en el primer personaje de nombre conocido en la historia de las matemáticas. El rollo contiene además los símbolos más antiguos que se conocen para operaciones matemáticas: la suma se representa con un par de piernas andando hacia el número que se debe añadir.

En 1858, el jurista y egiptólogo escocés Alexander Henry Rhind visitó Egipto por motivos de salud. Compró el rollo de papiro en un mercado de Luxor. El British Museum lo adquirió en 1864.

Ahmes escribió que el rollo ofrece «un cálculo preciso para investigar las cosas, y el conocimiento de todas las cosas, los misterios... todos los secretos». El documento incluye problemas matemáticos con fracciones y progresiones aritméticas, así como álgebra y geometría de la pirámide. También hay matemáticas prácticas, útiles para la medición, la construcción y la contabilidad. El problema que más me intriga es el problema número 79, cuya interpretación inicial es desconcertante.

En la actualidad, muchos interpretan el problema número 79 como un acertijo, que pude traducirse así: «Siete casas contienen siete gatos. Cada gato mata siete ratones. Cada ratón se había comido siete espigas de cereal. Cada espiga habría producido siete medidas de trigo. ¿Cuál es el total?» Parece increíble que este mismo acertijo, con el número siete y varios animales como protagonistas, haya perdurado a lo largo de miles de años. ¡Parece indestructible! Encontramos acertijos similares en el *Liber abaci* (Libro de cálculo) de Fibonacci, del año 1202, y en la antigua adivinanza infantil inglesa *As I was going to St. Ives*, donde también aparecen siete gatos.

VÉASE TAMBIÉN *Ganita Sara Samgraha* (850), El *Liber Abaci* de Fibonacci (1202) y La aritmética de Treviso (1478).

El papiro de Rhind es la fuente de información más importante que se conoce sobre las matemáticas del antiguo Egipto. El pergamino, del que se muestra un fragmento a continuación, incluye problemas matemáticos con fracciones, progresiones aritméticas, álgebra, geometría y contabilidad.



c. 1300 a. C.

Tres en raya

El juego del tres en raya es uno de los más antiguos y conocidos de la historia de la humanidad. Es posible que las reglas actuales sean relativamente recientes, pero los arqueólogos han rastreado juegos del mismo tipo hasta el antiguo Egipto, alrededor del año 1300 a. C.; sospecho que juegos similares tuvieron que aparecer en el mismísimo despertar de las sociedades humanas. El principio es sencillo: dos jugadores, O y X, trazan por turnos sus símbolos respectivos en los espacios de un cuadrado formado por nueve casillas (3 x 3). Gana el jugador que logra colocar su símbolo tres veces en una misma fila o columna, o en una de las dos diagonales principales. En el tablero 3 x 3 siempre se puede terminar en tablas.

En el antiguo Egipto, en la época de los grandes faraones, los juegos de tablero desempeñaban un papel muy importante en la vida cotidiana; se sabe que los del tipo «tres en raya» ya se jugaban en esa época remota. El tres en raya puede considerarse el «átomo» con el que se han construido juegos de posición mucho más complejos, elaborados a lo largo de los siglos. Con algunas pequeñas variantes y ampliaciones, este juego tan sencillo puede convertirse en un reto fantástico para todo aquel que quiera dominarlo.

Los matemáticos y los aficionados a los acertijos han extendido este juego a tableros más grandes, o añadiendo más dimensiones y extrañas superficies de juego, por ejemplo rectángulos o cuadrados unidos por los bordes para formar un toro (la figura geométrica que coloquialmente podríamos llamar «forma de rosquilla») o una botella de Klein (una superficie con una única cara).

Veamos algunas curiosidades del tres en raya. Los jugadores pueden colocar sus «equis» y sus «oes» sobre el tablero de 362.880 formas diferentes (9!). Si consideramos todas las partidas posibles que terminen en 5, 6, 7, 8 o 9 movimientos, tenemos 255.168 variantes. A comienzos de la década de 1980, los genios de la informática Danny Hill y Brian Silverman construyeron, junto con algunos amigos, la computadora Tinkertoy®, que jugaba al tres en raya. El aparato se construyó a partir de diez mil piezas del juguete didáctico de construcción Tinkertoy. En 1998, algunos investigadores y estudiantes de la universidad de Toronto crearon un robot capaz de jugar a un «tres en raya» tridimensional (4 x 4 x 4) con un humano.

VÉASE TAMBIÉN Go (548 a. C), El juego icosiano (1857), La solución del Awari (2002) y La solución matemática de las damas (2007).

Representación analítica de todas las partidas posibles del juego del tres en raya realizada por los filósofos Patrick Grim y Paul St. Denis. Cada casilla del tablero de juego del tres en raya se divide en tableros más pequeños para mostrar todas las configuraciones posibles.

